

Programme de colles n°4

semaine du 9 au 13 octobre

Notions vues en cours

Chapitre 5 – Nombres complexes (en complément de la semaine précédente) :

- Relations coefficients-racines pour un trinôme du second degré, résolution de systèmes en utilisant cette technique
- Racines n -ièmes de l'unité, ensemble \mathbb{U}_n , racine(s) n -ième d'un complexe ω (il y en a n si $\omega \neq 0$, une si $\omega = 0$)
- Exponentielle complexe : définition, propriétés
- Géométrie : calcul d'un angle orienté, caractérisation d'un alignement de points, de l'orthogonalité de vecteurs

Les transformations du plan complexe ne sont pas au programme de cette semaine.

Chapitre 6 – Applications, relations :

- Application : définition, ensembles de départ et d'arrivée, graphe, image d'un élément, antécédent d'un élément, notations, restriction, prolongement, (co-restriction), application bien définie
- Fonction indicatrice $\mathbf{1}_A$, application identité id_E , famille d'éléments d'un ensemble indexée par un autre
- Composition d'applications : définition, associativité, absence de commutativité, composition avec l'identité
- Image directe, image réciproque : définition, caractérisation, propriétés
- Injection, surjection, bijection : définitions, caractérisation selon les solutions de l'équation $f(x) = y$, l'application $f : E \rightarrow F$ est surjective ssi $f(E) = F$
- Si f et g sont injectives (resp. surjectives, resp. bijectives) alors $g \circ f$ est injective (resp. surjective, resp. bijective)

L'image réciproque d'un ensemble B par une application f est pour le moment notée $f^{-1}(B)$.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

1. Déterminer la racine carrée ou la racine n -ième d'un complexe donné par l'examinateur. Chapitre 5, méthode p. 17 et Théorème 5.33
2. Image directe : définition, caractérisation (énoncé uniquement), puis démonstration du résultat $f(A \cup A') = f(A) \cup f(A')$ Chapitre 6, Définition 6.5, Propriété 6.8 (première équivalence) et Propriété 6.9 1.b)
3. Image réciproque : définition, caractérisation (énoncé uniquement), puis démonstration du résultat $f^{-1}(B \cap B') = f^{-1}(B) \cap f^{-1}(B')$ Chapitre 6, Définition 6.7, Propriété 6.8 (deuxième équivalence) et Propriété 6.9 2.c)
4. Montrer que si f et g sont injectives (resp. surjectives, resp. bijectives) alors $g \circ f$ est injective (resp. surjective, resp. bijective). Chapitre 6, Propriété 6.16